

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \tan^2 x$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = 2 \tan x + 2 \tan^3 x$?
Objasnite. (4 boda)
(iii) Odredite $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^3 (2 + x - x^2) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) .
(2 boda)
(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2}$ oko $(x_0, y_0) = (-6, -4)$.
(4 boda)
(iii) Napišite formulu za približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite tu formulu na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.2$, te $\Delta y = 0.1$. (4 boda)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ i ako je $D := -1 \leq x \leq 2$,
 $-\sqrt{9 - x^2} \leq y \leq 0$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (4 boda)
5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava.
(3 boda)
(ii) Odredite koja je od sljedećih diferencijalnih jednadžbi linearna prvog reda i objasnite zašto:

$$(a) \quad xy' = y + 1, \quad (b) \quad y \frac{dx}{dy} = x + 1, \quad (c) \quad yy' = x, \quad (d) \quad y' = xy - 1.$$

Za linearne recite jesu li homogene ili nehomogene. Objasnite! (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu.
(4 boda)

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x} - \frac{2}{x \ln x}$. (4 boda)
(ii) Izračunajte $\int_5^{+\infty} \frac{1}{x^5} dx$. (4 boda)
(iii) Geometrijski interpretirajte integral $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\cos(2x)| dx$. (2 boda)
2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = x^2 - 16$ oko osi x . (6 bodova)
(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = 5 \ln(\ln(y^2) - \ln x)$.
(i) Nađite i skicirajte domenu od f . (5 bodova)
(ii) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$. (5 bodova)
4. (i) Pokažite da funkcija $f(x, y)$ zadana u prethodnom zadatku nema lokalnih ekstrema. (4 boda)
(ii) Nađite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(e, e, f(e, e))$. (6 bodova)
5. Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $y'' - 4y' + 4y = 2x^2$. (10 bodova)

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x} - \frac{2}{x \ln x}$. (4 boda)
(ii) Izračunajte $\int_5^{+\infty} \frac{1}{x^5} dx$. (4 boda)
(iii) Geometrijski interpretirajte integral $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\cos(2x)| dx$. (2 boda)
2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = x^2 - 16$ oko osi x . (6 bodova)
(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = 5 \ln(\ln(y^2) - \ln x)$.
(i) Nađite i skicirajte domenu od f . (5 bodova)
(ii) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$. (5 bodova)
4. (i) Pokažite da funkcija $f(x, y)$ zadana u prethodnom zadatku nema lokalnih ekstrema. (4 boda)
(ii) Nađite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(e, e, f(e, e))$. (6 bodova)
5. Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $y'' - 4y' + 4y = 2x^2$. (10 bodova)